



让家庭教育升级，帮学生实现梦想

2017 成都二诊文科数学试题



咨询热线：400-6171-311

成都市 2014 级高中毕业班第二次诊断性检测

数学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 设集合 $A = [-1, 2]$, $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$, 则 $A \cap B =$
- (A) $[1, 4]$ (B) $[1, 2]$ (C) $[-1, 0]$ (D) $[0, 2]$
- (2) 若复数 $z_1 = a + i$ ($a \in \mathbb{R}$), $z_2 = 1 - i$, 且 $\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数, 则 z_1 在复平面内所对应的点位于
- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- (3) 已知平面向量 a , b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|a| = 1$, $|b| = \frac{1}{2}$, 则 $|a - 2b| =$
- (A) 1 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\frac{3}{2}$
- (4) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 6$, $a_3 + a_5 + a_7 = 78$, 则 $a_5 =$
- (A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 36
- (5) 若实数 x , y 满足不等式 $\begin{cases} 2x + y + 2 \geq 0 \\ x + y - 1 \leq 0 \\ y \geq -2 \end{cases}$, 则 $x - y$ 的最大值为
- (A) -5 (B) 2 (C) 5 (D) 7
- (6) 两位同学约定下午 5:30~6:00 在图书馆见面,且他们在 5:30~6:00 之间到达的时刻是等可能的,先到的同学须等待,15 分钟后还未见面便离开. 则两位同学能够见面的概率是
- (A) $\frac{11}{36}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

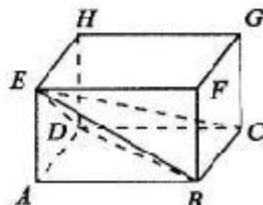
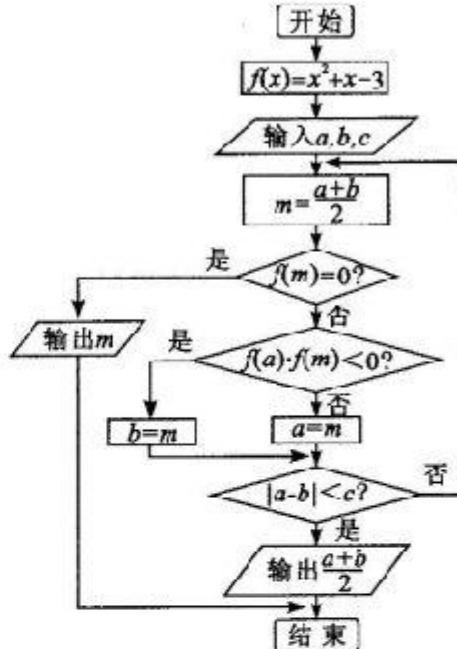
- (7) 已知 m, n 是空间中两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 且 $m \subset \alpha, n \subset \beta$. 有下列命题: ①若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$; ②若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel \beta$; ③若 $\alpha \cap \beta = l$, 且 $m \perp l$, $n \perp l$, 则 $\alpha \perp \beta$; ④若 $\alpha \cap \beta = l$, 且 $m \perp l, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$. 其中真命题的个数是
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- (8) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 当 $x \in [-2, 2]$ 时, $f(x)$ 单调递减, 且函数 $f(x+2)$ 为偶函数. 则下列结论正确的是
- (A) $f(\pi) < f(3) < f(\sqrt{2})$
 (B) $f(\pi) < f(\sqrt{2}) < f(3)$
 (C) $f(\sqrt{2}) < f(3) < f(\pi)$
 (D) $f(\sqrt{2}) < f(\pi) < f(3)$
- (9) 执行如图所示的程序框图, 若输入的 a, b, c 分别为 1, 2, 0.3, 则输出的结果为
- (A) 1.125 (B) 1.25 (C) 1.3125 (D) 1.375
- (10) 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右顶点分别为 A_1, A_2 , 左右焦点分别为 F_1, F_2 , 以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线左支的一个交点为 P . 若以 A_1A_2 为直径的圆与 PF_2 相切, 则双曲线 C 的离心率为
- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

- (11) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + 2\varphi) - 2\sin\varphi\cos(\omega x + \varphi) (\omega > 0, \varphi \in \mathbf{R})$ 在 $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ 上单调递减, 则 ω 的取值范围是

- (A) $(0, 2]$ (B) $(0, \frac{1}{2}]$
 (C) $[\frac{1}{2}, 1]$ (D) $[\frac{1}{2}, \frac{5}{4}]$

- (12) 把平面图形 M 上的所有点在一个平面上的射影构成的图形 M' 叫做图形 M 在这个平面上的射影. 如图, 在长方体 $ABCD-EFGH$ 中, $AB=5, AD=4, AE=3$. 则 $\triangle EBD$ 在平面 EBC 上的射影的面积是

- (A) $2\sqrt{34}$ (B) $\frac{25}{2}$
 (C) 10 (D) 30



第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

(13) 设抛物线 $C: y^2 = 2x$ 的焦点为 F . 若抛物线 C 上点 P 的横坐标为 2, 则 $|PF| =$ _____.

(14) 在一个容量为 5 的样本中, 数据均为整数, 已测出其平均数为 10, 但墨水污损了两个数据, 其中一个数据的十位数字 1 未被污损, 即 9, 10, 11, 1_____ , 那么这组数据的方差 s^2 可能的最大值是 _____.

(15) 若曲线 $y = \ln x + ax^2 - 2x$ (a 为常数) 不存在斜率为负数的切线, 则实数 a 的取值范围是 _____.

(16) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_1 + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{3^2} + \cdots + \frac{a_n}{n^2} = a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

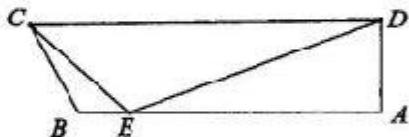
三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17)(本小题满分 12 分)

如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\angle B = \frac{2\pi}{3}$, $AB = 6$. 在 AB 边上取点 E , 使得 $BE = 1$, 连接 EC , ED . 若 $\angle CED = \frac{2\pi}{3}$, $EC = \sqrt{7}$.

(I) 求 $\sin \angle BCE$ 的值;

(II) 求 CD 的长.



(18)(本小题满分 12 分)

某项科研活动共进行了 5 次试验, 其数据如下表所示:

特征量	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
x	555	559	551	563	552
y	601	605	597	599	598

(I) 从 5 次特征量 y 的试验数据中随机地抽取两个数据, 求至少有一个大于 600 的概率;

(II) 求特征量 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$; 并预测当特征量 x 为 570 时特征量 y 的值.

(附: 回归直线的斜率和截距的最小二乘法估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$,

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

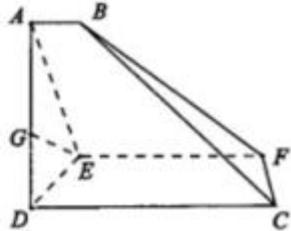
(19)(本小题满分 12 分)

如图,已知梯形 $CDEF$ 与 $\triangle ADE$ 所在平面垂直, $AD \perp DE$, $CD \perp DE$, $AB \parallel CD \parallel EF$, $AE = 2DE = 8$, $AB = 3$, $EF = 9$, $CD = 12$, 连接 BC , BF .

(I) 若 G 为 AD 边上一点, $DG = \frac{1}{3}DA$,

求证: $EG \parallel$ 平面 BCF ;

(II) 求多面体 $ABCDEF$ 的体积.


(20)(本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 圆 $O: x^2 + y^2 = r^2$ ($0 < r < b$). 若圆 O 的一条切线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 E 相交于 A, B 两点.

(I) 当 $k = -\frac{1}{2}$, $r = 1$ 时, 若点 A, B 都在坐标轴的正半轴上, 求椭圆 E 的方程;

(II) 若以 AB 为直径的圆经过坐标原点 O , 探究 a, b, r 是否满足 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{r^2}$, 并说明理由.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (a + \frac{1}{a}) \ln x - x + \frac{1}{x}$, 其中 $a > 0$.

(I) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在极值点, 求 a 的取值范围;

(II) 设 $a \in (1, e]$, 当 $x_1 \in (0, 1)$, $x_2 \in (1, +\infty)$ 时, 记 $f(x_2) - f(x_1)$ 的最大值为 $M(a)$. 那么 $M(a)$ 是否存在最大值? 若存在, 求出其最大值; 若不存在, 请说明理由.

请考生在第(22)、(23)题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

(22)(本小题满分 10 分)选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = 2 + 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = 3 + \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数). 在以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 过极点 O 的射线与曲线 C 相交于不同于极点的点 A , 且点 A 的极坐标为 $(2\sqrt{3}, \theta)$, 其中 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

(I) 求 θ 的值;

(II) 若射线 OA 与直线 l 相交于点 B , 求 $|AB|$ 的值.

(23)(本小题满分 10 分)选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = 4 - |x| - |x - 3|$.

(I) 求不等式 $f(x + \frac{3}{2}) \geq 0$ 的解集;

(II) 若 p, q, r 为正实数, 且 $\frac{1}{3p} + \frac{1}{2q} + \frac{1}{r} = 4$, 求 $3p + 2q + r$ 的最小值.