

# 成都市 2014 级高中毕业班第三次诊断性检测

## 数学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

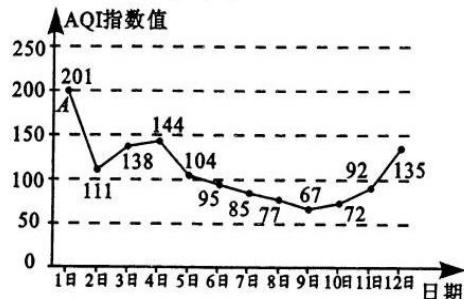
### 注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

### 第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (1) 设集合  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 + x - 2 = 0\}$ , 则  $A \cup B =$
- (A)  $\emptyset$  (B) {1} (C) {-2, 0, 1} (D) {-1, 0, 1, 2}
- (2) 已知复数  $z_1 = 2 + 6i$ ,  $z_2 = -2i$ . 若  $z_1, z_2$  在复平面内对应的点分别为  $A, B$ , 线段  $AB$  的中点  $C$  对应的复数为  $z$ , 则  $|z| =$
- (A)  $\sqrt{5}$  (B) 5 (C)  $2\sqrt{5}$  (D)  $2\sqrt{17}$
- (3) 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2$ , 公比  $q = 2$ . 若  $a_m = a_1 a_2 a_3 a_4$  ( $m \in \mathbb{N}^*$ ), 则  $m =$
- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8
- (4) AQI 是表示空气质量的指数, AQI 指数值越小, 表明空气质量越好, 当 AQI 指数值不大于 100 时称空气质量为“优良”. 如图是某地 4 月 1 日到 12 日 AQI 指数值的统计数据, 图中点 A 表示 4 月 1 日的 AQI 指数值为 201. 则下列叙述不正确的是
- (A) 这 12 天中有 6 天空气质量为“优良” (B) 这 12 天中空气质量最好的是 4 月 9 日  
(C) 这 12 天的 AQI 指数值的中位数是 90 (D) 从 4 日到 9 日, 空气质量越来越好
- (5) 已知平面向量  $a = (-2, 3)$ ,  $b = (1, 2)$ , 向量  $\lambda a + b$  与  $b$  垂直, 则实数  $\lambda$  的值为
- (A)  $\frac{4}{13}$  (B)  $-\frac{4}{13}$  (C)  $\frac{5}{4}$  (D)  $-\frac{5}{4}$



- (6) 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ , 直线  $l: y = 2x - 2$ . 若直线  $l$  平行于双曲线

$C$  的一条渐近线且经过  $C$  的一个顶点, 则双曲线  $C$  的焦点到渐近线的距离为



- (7) 高三某班 15 名学生一次模拟考试成绩用茎叶图

表示如图 1. 执行图 2 所示的程序框图, 若输入的  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 15$ ) 分别为这 15 名学生的考试成绩, 则输出的结果为



- (8) 在我国古代数学名著《九章算术》中, 将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑. 如图, 在鳖臑  $ABCD$  中,  $AB \perp$  平面  $BCD$ , 且  $AB = BC = CD$ , 则异面直线  $AC$  与  $BD$  所成角的余弦值为



- (9) 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 点  $A(0, -\sqrt{3})$ . 若线段  $FA$  与抛物线  $C$  相交于点  $M$ , 则  $|MF| =$

- (A)  $\frac{4}{3}$       (B)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       (C)  $\frac{2}{3}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

- (10) 已知函数  $f(x) = 2\cos^2 2x - 2$ . 给出下列命题: ① 函数  $f(x)$  的值域为  $[-2, 0]$ ; ②  $x = \frac{\pi}{8}$  为函数  $f(x)$  的一条对称轴; ③  $\exists \beta \in \mathbf{R}$ ,  $f(x + \beta)$  为奇函数; ④  $\exists \alpha \in (0, \frac{3\pi}{4})$ ,  $f(x) = f(x + 2\alpha)$  对  $x \in \mathbf{R}$  恒成立. 其中的真命题有



- 如图,某三棱锥的正视图、侧视图和俯视图分别是直角

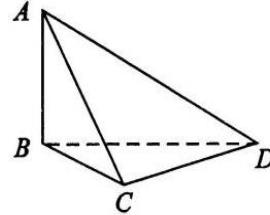
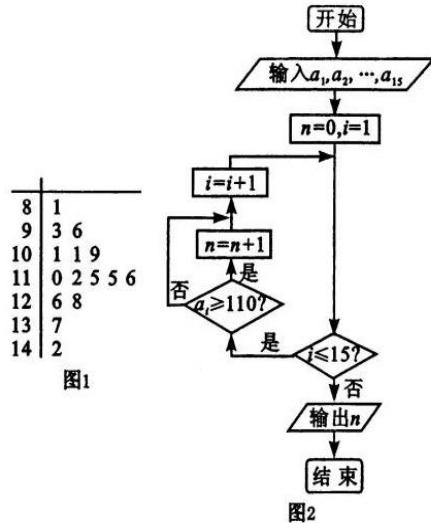
- 三角形、等腰三角形和等边三角形. 若该三棱锥的顶点都在同一个球面上, 则该球的表面积为  
 (A) 27 (B) 36 (C) 54 (D) 72

- 在上述算术数列中， $a_5 =$

- (12) 在递减等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1a_3 = a_2^2 - 4$ . 若  $a_1 = 15$ , 则

数列  $\left\{ \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right\}$  的前  $n$  项和的最大值为

- (A)  $\frac{z^4}{143}$       (B)  $\frac{1}{143}$       (C)  $\frac{z^4}{13}$       (D)  $\frac{6}{13}$



## 第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

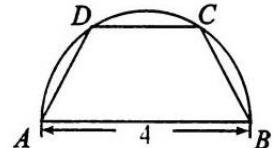
**二、填空题:**本大题共4小题,每小题5分,共20分.

(13)若 $2^x = 10$ ,则 $x - \log_2 5$ 的值为\_\_\_\_\_.

(14)若变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \geqslant 0 \\ x - y + 3 \geqslant 0 \\ 0 \leqslant x \leqslant 3 \end{cases}$ ,则 $z = 3x - y$ 的最小值为\_\_\_\_\_.

(15)已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 3$ ,其中 $b, c \in \mathbb{R}$ .若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $3x + y = 0$ ,则 $f(2) =$ \_\_\_\_\_.

(16)如图,将一块半径为2的半圆形纸板切割成等腰梯形的形状,下底 $AB$ 是半圆的直径,上底 $CD$ 的端点在半圆上,则所得梯形的周长的最大值为\_\_\_\_\_.



**三、解答题:**本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17)(本小题满分12分)

$\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ ,已知 $2c - a = 2b \cos A$ .

(I)求角 $B$ 的大小;

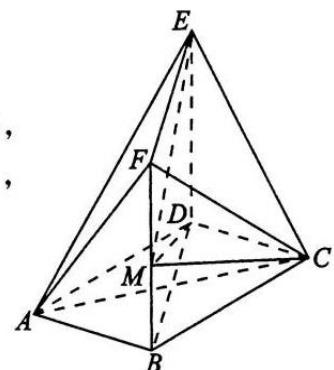
(II)若 $a = 2, b = \sqrt{7}$ ,求 $c$ 的长.

(18)(本小题满分12分)

如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为2的菱形, $\angle BAD = 60^\circ$ ,四边形 $BDEF$ 是矩形,平面 $BDEF \perp$ 平面 $ABCD$ , $DE = 2$ , $M$ 为线段 $BF$ 的中点.

(I)求三棱锥 $M-CDE$ 的体积;

(II)求证: $DM \perp$ 平面 $ACE$ .



(19)(本小题满分12分)

几个月前,成都街头开始兴起“mobike”、“ofo”等共享单车,这样的共享单车为很多市民解决了最后一公里的出行难题.然而,这种模式也遇到了一些让人尴尬的问题,比如乱停乱放,或将共享单车占为“私有”等.

为此,某机构就是否支持发展共享单车随机调查了50人,他们年龄的分布及支持发展共享单车的人数统计如下表:

年龄	[15,20)	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)	[40,45)
受访人数	5	6	15	9	10	5
支持发展 共享单车人数	4	5	12	9	7	3

(I)由以上统计数据填写下面的 $2 \times 2$ 列联表,并判断能否在犯错误的概率不超过0.1的前提下,认为年龄与是否支持发展共享单车有关系;

	年龄低于 35 岁	年龄不低于 35 岁	合计
支持			
不支持			
合计			

(II) 若对年龄在  $[15, 20)$  的被调查人中随机选取两人进行调查, 求恰好这两人都支持发展共享单车的概率.

参考数据:

$P(K^2 \geq k)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k$	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a + b + c + d$ .

(20)(本小题满分 12 分)

已知椭圆  $E$  的中心在坐标原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上, 椭圆  $E$  的短轴端点和焦点所组成的四边形为正方形, 且椭圆  $E$  上任意一点到两个焦点的距离之和为  $2\sqrt{2}$ .

(I) 求椭圆  $E$  的标准方程;

(II) 若直线  $l: y = 2x + m$  与椭圆  $E$  相交于  $M, N$  两点, 求  $\triangle MON$  面积的最大值.

(21)(本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x + \frac{a}{x} - 1, a \in \mathbb{R}$ .

(I) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) > -x + 1$  在  $[1, +\infty)$  上恒成立, 求  $a$  的取值范围;

(II) 设函数  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ , 在(I)的条件下, 试判断  $g(x)$  在  $[1, e^2]$  上是否存在极值.

若存在, 判断极值的正负; 若不存在, 请说明理由.

请考生在第(22)、(23)题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

(22)(本小题满分 10 分)

已知曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 2$ , 在以极点为直角坐标原点  $O$ , 极轴为  $x$  轴的正半轴

建立的平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 3\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$  ( $t$  为参数).

(I) 写出直线  $l$  的普通方程与曲线  $C$  的直角坐标方程;

(II) 在平面直角坐标系中, 设曲线  $C$  经过伸缩变换  $\varphi: \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x \\ y' = y \end{cases}$  得到曲线  $C'$ , 若

$M(x, y)$  为曲线  $C'$  上任意一点, 求点  $M$  到直线  $l$  的最小距离.

(23)(本小题满分 10 分)

已知  $f(x) = |x - a|, a \in \mathbb{R}$ .

(I) 当  $a = 1$  时, 求不等式  $f(x) + |2x - 5| \geq 6$  的解集;

(II) 若函数  $g(x) = f(x) - |x - 3|$  的值域为  $A$ , 且  $[-1, 2] \subseteq A$ , 求  $a$  的取值范围.