2017 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 A={1, 2, 3, 4}，B={2, 4, 6, 8}，则 A∩B 中元素的个数为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】B

【解析】由题意可得：$A\cap B=\{2,4\}$.本题选择 B 选项.

2．复平面内表示复数 z=i(－2+i)的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

【答案】B

【解析】由题意：$z=-1-2i$.本题选择 B 选项.

3．某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图.

根据该折线图，下列结论错误的是

A．月接待游客逐月增加

B．年接待游客量逐年增加

C．各年的月接待游客量高峰期大致在 7, 8 月

D．各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平稳

【答案】A

【解析】由折线图，7 月份后月接待游客量减少，A 错误；
本题选择 A 选项.

4．已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{4}{3}$，则 $\sin 2\alpha=$

A．$-\frac{7}{9}$　　B．$-\frac{2}{9}$　　C．$\frac{2}{9}$　　D．$\frac{7}{9}$

【答案】A

【解析】$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2-1}{-1} = -\dfrac{7}{9}$.

本题选择 A 选项.

5．设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x+2y-6\le 0 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$，则 $z=x-y$ 的取值范围是

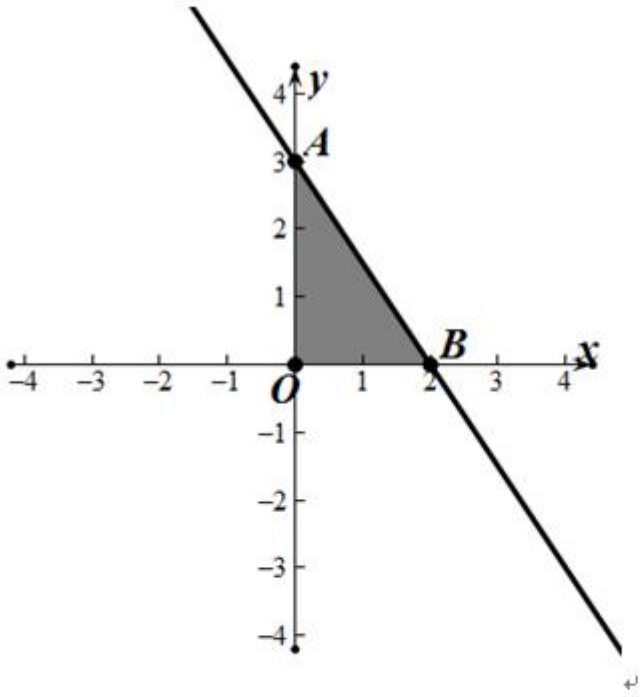
A．$[-3,0]$　　B．$[-3,2]$　　C．$[0,2]$

D．$[0,3]$

【答案】B

【解析】绘制不等式组表示的可行域，结合目标函数的几何意义可得函数在点 $A(0,3)$ 处取得最小值 $z=0-3=-3$ ．在点 $B(2,0)$ 处取得最大值 $z=2-0=2$.

本题选择 B 选项.



6．函数 $f(x)=\dfrac{1}{5}\sin(x+\dfrac{\pi}{3})+\cos(x-\dfrac{\pi}{6})$ 的最大值为

A．$\dfrac{6}{5}$　　B．1　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{1}{5}$

【答案】A

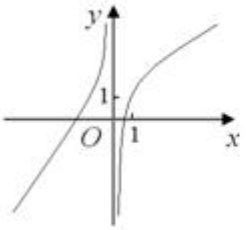
【解析】由诱导公式可得：$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right]=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，

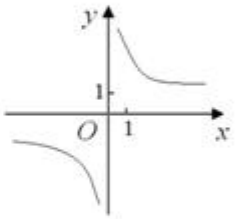
则：$f(x)=\frac{1}{5}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{6}{5}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，

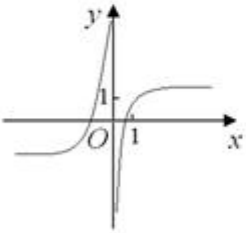
函数的最大值为$\frac{6}{5}$．

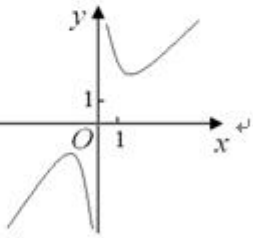
本题选择 A 选项.

7．函数 $y=1+x+\frac{\sin x}{x^2}$ 的部分图像大致为

A． 

B． 

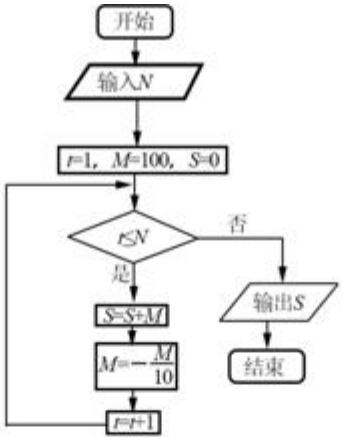
C． 

D． 

【答案】D

【解析】当 $x=1$ 时，$f(1)=1+1+\sin 1=2+\sin 1>2$，故排除 A,C，当 $x\to+\infty$ 时，$y\to 1+x$，故排除 B，满足条件的只有 D，故选 D.

8．执行下面的程序框图，学@科网为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

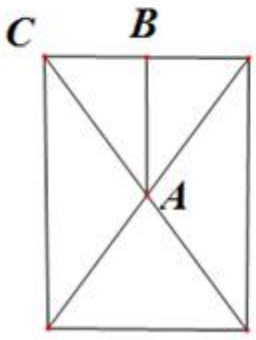
【答案】D

【解析】若$N=2$，第一次进入循环，$1\le 2$成立，$S=100, M=-\frac{100}{10}=-10$，$i=2\le 2$成立，第二次进入循环，此时$S=100-10=90, M=-\frac{-10}{10}=1$，$i=3\le 2$不成立，所以输出$S=90<91$成立，所以输入的正整数$N$的最小值是2，故选D.

9．已知圆柱的高为1，它的两个底面的圆周在直径为2的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为

A．π　　B．$\frac{3\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

【解析】如果，画出圆柱的轴截面



$AC=1, AB=\frac{1}{2}$，所以$r=BC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，那么圆柱的体积是$V=\pi r^2 h=\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\times 1=\frac{3}{4}\pi$，

故选 B.

10．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 CD 的中点，则

A．$A_1E\perp DC_1$　　B．$A_1E\perp BD$　　C．$A_1E\perp BC_1$　　D．$A_1E\perp AC$

【答案】C

【解析】根据三垂线逆定理，平面内的线垂直平面的斜线，那也垂直于斜线在平面内的射影，A.若 $A_1E\perp DC_1$，那么 $D_1E\perp DC_1$，很显然不成立；B.若 $A_1E\perp BD$，那么 $BD\perp AE$，显然不成立；C.若 $A_1E\perp BC_1$，那么 $BC_1\perp B_1C$，成立，反过来 $BC_1\perp B_1C$ 时，也能推出 $BC_1\perp A_1E$，所以 C 成立，D.若 $A_1E\perp AC$，则 $AE\perp AC$，显然不成立，故选 C.

11．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，（$a>b>0$）的左、右顶点分别为 A_1，A_2，且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx-ay+2ab=0$ 相切，则 C 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【答案】A

【解析】以线段 A_1A_2 为直径的圆是 $x^2+y^2=a^2$，直线 $bx-ay+2ab=0$ 与圆相切，所以圆心到直线的距离 $d=\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=a$，整理为 $a^2=3b^2$，即 $a^2=3\left(a^2-c^2\right)\Rightarrow 2a^2=3c^2$，即 $\frac{c^2}{a^2}=\frac{2}{3}$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，故选 A.

12．已知函数 $f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 $a=$

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

【答案】C

【解析】$x^2-2x=-a\left(e^{x-1}+e^{-x+1}\right)$，设$g(x)=e^{x-1}+e^{-x+1}$，$g'(x)=e^{x-1}-e^{-x+1}=e^{x-1}-\frac{1}{e^{x-1}}=\frac{e^{2(x-1)}-1}{e^{x-1}}$，

当$g'(x)=0$时，$x=1$，当$x<1$时，$g'(x)<0$函数单调递减，当$x>1$时，$g'(x)>0$，函数单调递增，

当$x=1$时，函数取得最小值$g(1)=2$，设$h(x)=x^2-2x$，当$x=1$时，函数取得最小值-1，若$-a>0$，

函数$h(x)$，和$ag(x)$没有交点，当$-a<0$时，$-ag(1)=h(1)$时，此时函数$h(x)$和$ag(x)$有一个交点，

即$-a\times 2=-1\Rightarrow a=\frac{1}{2}$，故选 C.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

.3．已知向量$a=(-2,3),b=(3,m)$，且 $a\perp b$，则 m=_____.

【答案】2

【解析】由题意可得：$-2\times 3+3m=0,\therefore m=2$.

.4．双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}=1$（$a>0$）的一条渐近线方程为$y=\frac{3}{5}x$，则 a=_____.

【答案】5

【解析】由双曲线的标准方程可得渐近线方程为：$y=\pm\frac{3}{a}x$ ，结合题意可得：

$a=5$.

.5．△ABC的内角 A，B，C的对边分别为 a，b，c。已知 C=60°，$b=\sqrt{6}$，c=3，则 A=_____。

【答案】75°

【解析】由题意：$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ ，即 $\sin B=\frac{b\sin C}{c}=\frac{\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，结合 $b<c$ 可

导$B=45°$ ，则$A=180°-B-C=75°$

.6．设函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\le 0,\\ 2^x, & x>0,\end{cases}$则满足$f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$的 x 的取值范围是_____。

【答案】$(-\frac{1}{4},+\infty)$

【解析】由题意得：当$x>\frac{1}{2}$时$2^x+2^{x-\frac{1}{2}}>1$ 恒成立，即$x>\frac{1}{2}$；当$0<x\le\frac{1}{2}$时

$2^x+x-\frac{1}{2}+1>1$ 恒成立，即$0<x\le\frac{1}{2}$；当$x\le 0$时$x+1+x-\frac{1}{2}+1>1\Rightarrow x>-\frac{1}{4}$，即$-\frac{1}{4}<x\le 0$；综上$x$的取值范围是$(-\frac{1}{4},+\infty)$

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17.（12分）

设数列$\{a_n\}$满足$a_1+3a_2+\ldots+(2n-1)a_n=2n$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\left\{\frac{a_n}{2n+1}\right\}$的前$n$项和.

解：（1）$\because a_1+3a_2+\ldots+(2n-1)a_n=2n$， ①

$\therefore n\ge 2$时，$a_1+3a_2+\cdots+(2n-3)a_{n-1}=2(n-1)$ ②

①-②得，$(2n-1)a_n=2$，$a_n=\frac{2}{2n-1}$

又$n=1$时，$a_1=2$适合上式

$\therefore a_n=\frac{2}{2n-1}$.

（2）由（1）$\frac{a_n}{2n+1}=\frac{2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}$，

$\therefore S_n=\frac{a_1}{3}+\frac{a_2}{5}+\cdots+\frac{a_n}{2n+1}=(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=1-\frac{1}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}$.

18.（12分）

某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶4元，售价每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于25，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间[20，25)，需求量为300瓶；如果最高气温低于20，需求量为200瓶．为

最高气温	[10，15）	[15，20）	[20，25）	[25，30）	[30，35）	[35，40）
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率。

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时，写出 Y 的所有可能值，并估计 Y 大于零的概率．

解：（1）需求量不超过 300 瓶，即最高气温不高于 $25^{\circ}C$，从表中可知有 54 天，

∴所求概率为 $P=\frac{54}{90}=\frac{3}{5}$．

（2）Y 的可能值列表如下：

最高气温	[10，15）	[15，20）	[20，25）	[25，30）	[30，35）	[35，40）
Y	-100	-100	300	900	900	900

低于 $20^{\circ}C$：$y=200\times6+250\times2-450\times4=-100$；

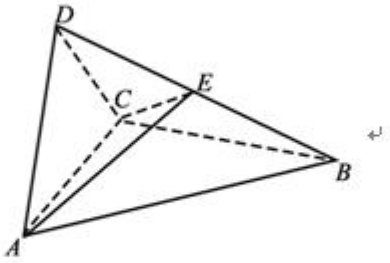
$[20,25)$：$y=300\times6+150\times2-450\times4=300$；

不低于 $25^{\circ}C$：$y=450\times(6-4)=900$

∴ Y 大于 0 的概率为 $P=\frac{2}{90}+\frac{16}{90}=\frac{1}{5}$．

19．（12 分）

如图，四面体 $ABCD$ 中，$\triangle ABC$ 是正三角形，$AD=CD$．



（1）证明：$AC\perp BD$；

（2）已知 $\triangle ACD$ 是直角三角形，$AB=BD$．若 E 为棱 BD 上与 D 不重合的点，且 $AE\perp EC$，求四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积比．

（1）证明：取 AC 中点 O，连 OD,OB

∵ $AD=CD$，O 为 AC 中点，

$\therefore AC \perp OD$，

又$\because \Delta ABC$是等边三角形，

$\therefore AC \perp OB$，

又$\because OB \cap OD = O$，$\therefore AC \perp$平面OBD，$BD \subset$平面OBD，

$\therefore AC \perp BD$.

（2）设$AD = CD = 2$，$\therefore AC = 2\sqrt{2}$，$AB = CD = 2\sqrt{2}$，

又$\because AB = BD$，$\therefore BD = 2\sqrt{2}$，

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CBD$，$\therefore AE = EC$，

又$\because AE \perp EC$，$AC = 2\sqrt{2}$，

$\therefore AE = EC = 2$，

在ΔABD中，设$DE = x$，根据余弦定理$\cos \angle ADB = \dfrac{AD^2 + BD^2 - AB^2}{2AD \cdot BD} = \dfrac{AD^2 + DE^2 - AE^2}{2AD \cdot DE}$

$= \dfrac{2^2 + (2\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^2}{2 \times 2 \times 2\sqrt{2}} = \dfrac{2^2 + x^2 - 2^2}{2 \times 2 \times x}$

解得$x = \sqrt{2}$，$\therefore$点E是BD的中点，则$V_{D-ACE} = V_{B-ACE}$，$\therefore \dfrac{V_{D-ACE}}{V_{B-ACE}} = 1$.

20.（12分）

在直角坐标系xOy中，曲线$y=x^2+mx-2$与x轴交于A，B两点，点C的坐标为(0,1).当m变化时，解答下列问题：

（1）能否出现$AC \perp BC$的情况？说明理由；

（2）证明过A，B，C三点的圆在y轴上截得的弦长为定值.

解：(1)设$A(x_1,0), B(x_2,0)$，则x_1, x_2是方程$x^2 + mx - 2 = 0$的根，

所以$x_1 + x_2 = -m, x_1 x_2 = -2$，

则$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = (-x_1,1) \cdot (-x_2,1) = x_1 x_2 + 1 = -2 + 1 = -1 \neq 0$，

所以不会能否出现$AC \perp BC$的情况。

（2）解法1：过A，B，C三点的圆的圆心必在线段AB垂直平分线上，设圆心$E(x_0, y_0)$，

则 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{m}{2}$，由 $|EA|=|EC|$ 得 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}-x_1\right)^2+y_0^2=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+(y_0-1)^2$，化简得 $y_0=\frac{1+x_1x_2}{2}=-\frac{1}{2}$，所以圆E的方程为 $\left(x+\frac{m}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\left(-\frac{m}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}-1\right)^2$，

令 $x=0$ 得 $y_1=1,y_2=-2$，所以过A，B，C三点的圆在y轴上截得的弦长为 $1-(-2)=3$，所以

所以过A，B，C三点的圆在y轴上截得的弦长为定值

解法2：设过 A，B，C 三点的圆与 y 轴的另一个交点为D，

由 $x_1x_2=-2$ 可知原点O在圆内，由相交弦定理可得 $|OD||OC|=|OA||OB|=|x_1||x_2|=2$，

又 $|OC|=1$，所以 $|OD|=2$，

所以过 A，B，C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为 $|OC|+|OD|=3$，为定值.

21.（12分）

已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2+(2a+1)x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的学%科网单调性；

（2）当 $a<0$ 时，证明 $f(x)\le-\frac{3}{4a}-2$.

解：（1） $f'(x)=\frac{2ax^2+(2a+1)x+1}{x}=\frac{(2ax+1)(x+1)}{x}(x>0)$

当 $a\ge0$ 时， $f'(x)\ge0$，则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增

当 $a<0$ 时，则 $f(x)$ 在 $(0,-\frac{1}{2a})$ 单调递增，在 $(-\frac{1}{2a},+\infty)$ 单调递减.

（2）由（1）知，当 $a<0$ 时， $f(x)_{\max}=f(-\frac{1}{2a})$

$f(-\frac{1}{2a})-(-\frac{3}{4a}+2)=\ln(-\frac{1}{2a})+\frac{1}{2a}+1$，令 $y=\ln t+1-t$ （ $t=-\frac{1}{2a}>0$ ）

则 $y'=\frac{1}{t}-1=0$，解得 $t=1$

∴ y 在 $(0,1)$ 单调递增，在 $(1,+\infty)$ 单调递减

∴ $y_{\max}=y(1)=0$，∴ $y\le0$，即 $f(x)_{\max}\le-(\frac{3}{4a}+2)$，∴ $f(x)\le-\frac{3}{4a}-2$.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t,\\ y=kt,\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+m,\\ y=\dfrac{m}{k},\end{cases}$（$m$ 为参数）．设 l_1 与 l_2 的交点为 P，当 k 变化时，P 的轨迹为曲线 C．

（1）写出 C 的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 l_3：$\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$，$M$ 为 l_3 与 C 的交点，求 M 的极径．

（1）直线 l_1 的普通方程为 $y=k(x-2)$

直线 l_2 的普通方程为 $x=-2+ky$

消去 k 得 $x^2-y^2=4$，

即 C 的普通方程为 $x^2-y^2=4$．

（2）l_3 化为普通方程为 $x+y=\sqrt{2}$

联立 $\begin{cases}x+y=\sqrt{2}\\ x^2-y^2=4\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\\ y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$

$\therefore \rho^2=x^2+y^2=\dfrac{18}{4}+\dfrac{2}{4}=5$

$\therefore l_3$ 与 C 的交点 M 的极径为 $\sqrt{5}$．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$．

（1）求不等式 $f(x)\geqslant 1$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\geqslant x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围．

解：（1）当$x\le -1$时

$f(x)=-(x+1)+(x-2)$
$=-3\le 1$

无解

当$-1<x<2$时

$f(x)=x+1+(x-2)$
$=2x-1$
$2x-1\ge 1$
$x\ge 1$

$\therefore 1<x<2$

当$x\ge 2$时

$f(x)=x+1-(x-2)=3$
$\because 3>1$
$\therefore x\ge 2$

综上所述$f(x)\ge 1$的解集为$[1,+\infty)$.

（2）原式等价于存在$x\in R$，使$f(x)-x^2+x\ge m$

成立，即$[f(x)-x^2+x]_{\max}\ge m$

设$g(x)=f(x)-x^2+x$

由（1）知$g(x)=\begin{cases}-x^2+x-3, & x\le -1\\ -x^2+3x-1, & -1<x<2\\ -x^2+x+3, & x\ge 2\end{cases}$

当$x\le -1$时，$g(x)=-x^2+x-3$

其开口向下，对称轴$x=\frac{1}{2}>-1$

$\therefore g(x)\le g(-1)=-1-1-3=-5$

当$-1<x<2$时$g(x)=-x^2+3x-1$

其开口向下，对称轴为$x=\frac{3}{2}$

$\therefore g(x)\le g(\frac{3}{2})=-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}-1=\frac{5}{4}$

当 $x \geq 2$ 时，$g(x) = -x^2 + x + 3$

其开口向下，对称轴为 $x = \frac{1}{2}$

$\therefore g(x) \leq g(2) = -4 + 2 + 3 = 1$

综上 $g(x)_{max} = \frac{5}{4}$

$\therefore m$ 的取值范围为 $(-\infty, \frac{5}{4}]$.

美博教育 MEBO.EDUCATION