

绝密★启封并使用完毕前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试

数学（理）（北京卷）

本试卷共 5 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

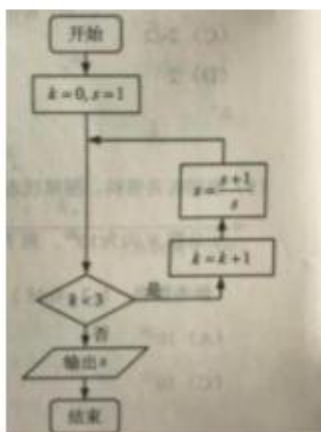
(1) 若集合  $A=\{x|-2<x<1\}$ ， $B=\{x|x<-1 \text{ 或 } x>3\}$ ，则  $A \cap B=$

- (A)  $\{x|-2<x<-1\}$  (B)  $\{x|-2<x<3\}$   
(C)  $\{x|-1<x<1\}$  (D)  $\{x|1<x<3\}$

(2) 若复数  $(1-i)(a+i)$  在复平面内对应的点在第二象限，则实数  $a$  的取值范围是

- (A)  $(-\infty, 1)$   
(B)  $(-\infty, -1)$   
(C)  $(1, +\infty)$   
(D)  $(-1, +\infty)$

(3) 执行如图所示的程序框图，输出的  $s$  值为



- (A) 2 (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{5}{3}$  (D)  $\frac{8}{5}$

(4) 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \leq 3, \\ x+y \geq 2, \\ y \leq x, \end{cases}$  则  $x+2y$  的最大值为

- (A) 1 (B) 3  
(C) 5 (D) 9

(5) 已知函数  $f(x) = 3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ，则  $f(x)$

- (A) 是奇函数，且在  $\mathbb{R}$  上是增函数  
(B) 是偶函数，且在  $\mathbb{R}$  上是增函数

(C) 是奇函数，且在  $\mathbb{R}$  上是减函数

(D) 是偶函数，且在  $\mathbb{R}$  上是减函数

(6) 设  $m, n$  为非零向量，则“存在负数  $\lambda$ ，使得  $m = \lambda n$ ”是“ $m \cdot n < 0$ ”的

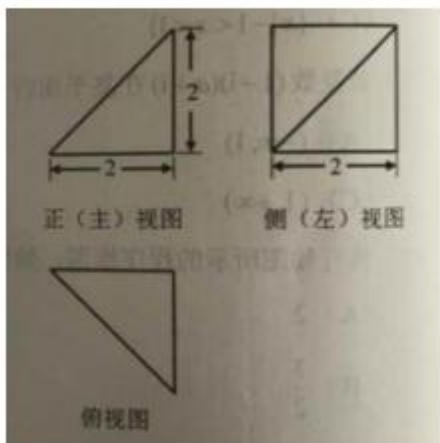
(A) 充分而不必要条件

(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

(7) 某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的最长棱的长度为



(A)  $3\sqrt{2}$

(B)  $2\sqrt{3}$

(C)  $2\sqrt{2}$

(D) 2

(8) 根据有关资料，围棋状态空间复杂度的上限  $M$  约为 3361，而可观测宇宙中普通物质

的原子总数  $N$  约为 1080 则下列各数中与  $\frac{M}{N}$  最接近的是

(参考数据： $\lg 3 \approx 0.48$ )

(A) 1033

(B) 1053

(C) 1073

(D) 1093

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(9) 若双曲线  $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{m} = 1$  的离心率为  $\sqrt{3}$ ，则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.

(10) 若等差数列  $\{a_n\}$  和等比数列  $\{b_n\}$  满足  $a_1 = b_1 = -1$ ， $a_4 = b_4 = 8$ ，则  $\frac{a_2}{b_2} =$ \_\_\_\_\_.

(11) 在极坐标系中，点 A 在圆  $\rho^2 - 2\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta + 4 = 0$ ，点 P 的坐标为 (1, 0)，则

$|AP|$ 的最小值为

(12) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，角  $\alpha$  与角  $\beta$  均以  $Ox$  为始边，它们的终边关于  $y$  轴对称。若

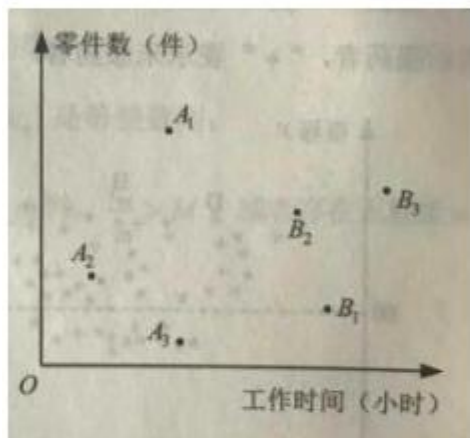
$$\sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos(\alpha - \beta) =$$

(13) 能够说明“设  $a, b, c$  是任意实数.若  $a > b > c$ , 则  $a+b > c$ ”是假命题的一组整数  $a, b, c$  的值依次为\_\_\_\_\_。

(14) 三名工人加工同一种零件，他们在一天中的工作情况如图所示，其中点  $A_i$  的横、纵坐标分别为第  $i$  名工人上午的工作时间和加工的零件数，点  $B_i$  的横、纵坐标分别为第  $i$  名工人下午的工作时间和加工的零件数， $i=1, 2, 3$ 。

①记  $Q_i$  为第  $i$  名工人在这一天中加工的零件总数，则  $Q_1, Q_2, Q_3$  中最大的是\_\_\_\_\_。

②记  $p_i$  为第  $i$  名工人在这一天中平均每小时加工的零件数，则  $p_1, p_2, p_3$  中最大的是\_\_\_\_\_。



三、解答题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(15) (本小题 13 分)

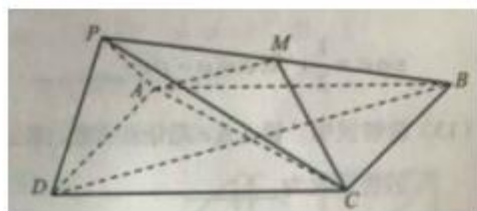
在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 60^\circ$ ,  $c = \frac{3}{7} a$ .

(I) 求  $\sin C$  的值；

(II) 若  $a=7$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

(16) (本小题 14 分)

如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  为正方形，平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ，点  $M$  在线段  $PB$  上， $PD \parallel$  平面  $MAC$ ,  $PA=PD=\sqrt{6}$ ,  $AB=4$ .



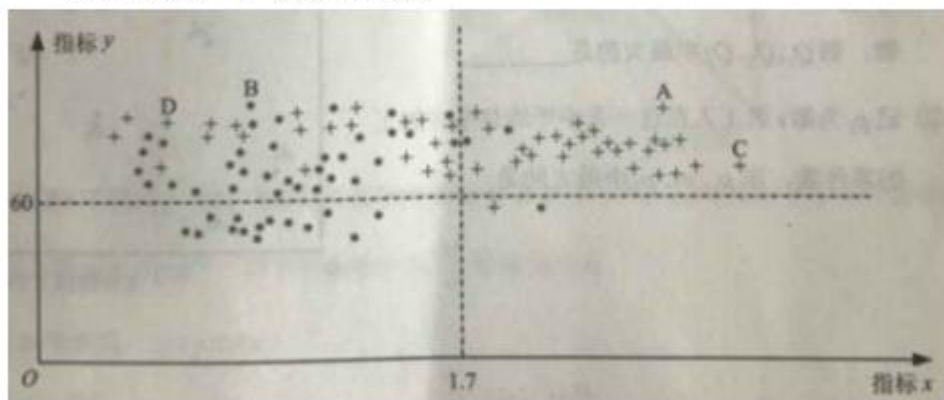
(I) 求证:  $M$  为  $PB$  的中点;

(II) 求二面角  $B-PD-A$  的大小;

(III)求直线 MC 与平面 BDP 所成角的正弦值。

(17) (本小题 13 分)

为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组个 50 名，一组服药，另一组不服药。一段时间后，记录了两组患者的生理指标  $x_i$  和的学科网数据，并制成下图，其中“.”表示服药者，“+”表示为服药者。



(I) 从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标  $y$  的值小于 60 的概率；

(II) 从图中 A,B,C,D 四人中随机选出两人，记  $\xi$  为选出的两人中指标  $x$  的值大于 1.7 的人

数，求  $\xi$  的分布列和数学期望  $E(\xi)$ ；

(III) 试判断这 100 名患者中服药者指标  $y$  数据的方差与未服药者指标  $y$  数据的方差的大小。(只需写出结论)

(18) (本小题 14 分)

已知抛物线  $C: y^2=2px$  过点  $P(1,1)$ . 过点  $(0, \frac{1}{2})$  作直线  $l$  与抛物线  $C$  交于不同的两点  $M, N$ ，过点  $M$  作  $x$  轴的垂线分别与直线  $OP$ 、 $ON$  交于点  $A, B$ ，其中  $O$  为原点。

(I) 求抛物线  $C$  的方程，并求其焦点坐标和准线方程；

(II) 求证：A 为线段  $BM$  的中点。

(19) (本小题 13 分)

已知函数  $f(x)=e^x \cos x - x$ 。

(I) 求曲线  $y=f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程；

(II) 求函数  $f(x)$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值和最小值。

(20) (本小题 13 分)

设  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  是两个等差数列，记

$c_n = \max\{b_1 - a_1n, b_2 - a_2n, \dots, b_n - a_nn\} (n=1, 2, 3, \dots)$ ，

其中  $\max\{x_1, x_2, \dots, x_s\}$  表示  $x_1, x_2, \dots, x_s$  这  $s$  个数中最大的数。

(I) 若  $a_n=n$ ， $b_n=2n-1$ ，求  $c_1, c_2, c_3$  的值，并证明  $\{c_n\}$  是等差数列；

(II) 证明：或者对任意正数  $M$ ，存在正整数  $m$ ，当  $n \geq m$  时， $\frac{c_n}{n} > M$ ；或者存在正整数

$m$ ，使得  $cm, cm+1, cm+2, \dots$  是等差数列。

