

2017 高考全国卷 II 理科数学试卷

2017 年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.  $\frac{3+i}{1+i} = ()$

- A.  $1+2i$                       B.  $1-2i$                       C.  $2+i$                       D.  $2-i$

2. 设集合  $A = \{1, 2, 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + m = 0\}$ . 若  $A \cap B = \{1\}$ , 则  $B = ()$

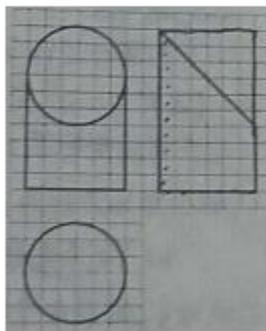
- A.  $\{1, -3\}$                       B.  $\{1, 0\}$                       C.  $\{1, 3\}$                       D.  $\{1, 5\}$

3. 我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座 7 层塔共挂了 381 盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的 2 倍，则塔的顶层共有灯  $()$

- A. 1 盏                      B. 3 盏                      C. 5 盏                      D. 9 盏

4. 如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某几何体的三视图，该几何体由一平面将一圆柱截去一部分所得，则该几何体的体积为  $()$

- A.  $90\pi$                       B.  $63\pi$                       C.  $42\pi$                       D.  $36\pi$



5. 设  $x, y$  满足约束条件 
$$\begin{cases} 2x + 3y - 3 \leq 0 \\ 2x - 3y + 3 \geq 0 \\ y + 3 \geq 0 \end{cases}$$
，则  $z = 2x + y$  的最小值是 ( )

- A. -15                      B. -9                      C. 1                      D. 9

6. 安排 3 名志愿者完成 4 项工作，每人至少完成 1 项，每项工作由 1 人完成，则不同的安排方式共有 ( )

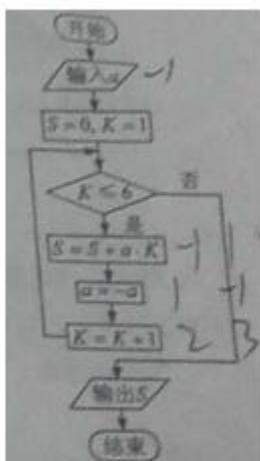
- A. 12 种                      B. 18 种                      C. 24 种                      D. 36 种

7. 甲、乙、丙、丁四位同学一起去问老师询问成语竞赛的成绩。老师说：你们四人中有 2 位优秀，2 位良好，我现在给甲看乙、丙的成绩，给乙看丙的成绩，给丁看甲的成绩。看后甲对大家说：我还是不知道我的成绩。根据以上信息，则 ( )

- A. 乙可以知道四人的成绩                      B. 丁可以知道四人的成绩  
C. 乙、丁可以知道对方的成绩                      D. 乙、丁可以知道自己的成绩

8. 执行右面的程序框图，如果输入的  $a = -1$ ，则输出的  $S = ( )$

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5





13. 一批产品的二等品率为0.02，从这批产品中每次随机取一件，有放回地抽取100次， $X$ 表示抽到的二等品件数，则 $DX =$  .

14. 函数  $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \cos x - \frac{3}{4}$  ( $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ) 的最大值是.

15. 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ， $a_3 = 3$ ， $S_4 = 10$ ，则  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{S_k} =$  .

16. 已知  $F$  是抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点， $M$  是  $C$  上一点， $FM$  的延长线交  $y$  轴于点  $N$ . 若  $M$  为  $FN$  的中点，则  $|FN| =$  .

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、解答过程或演算步骤。第 17~21 题为必做题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12分)

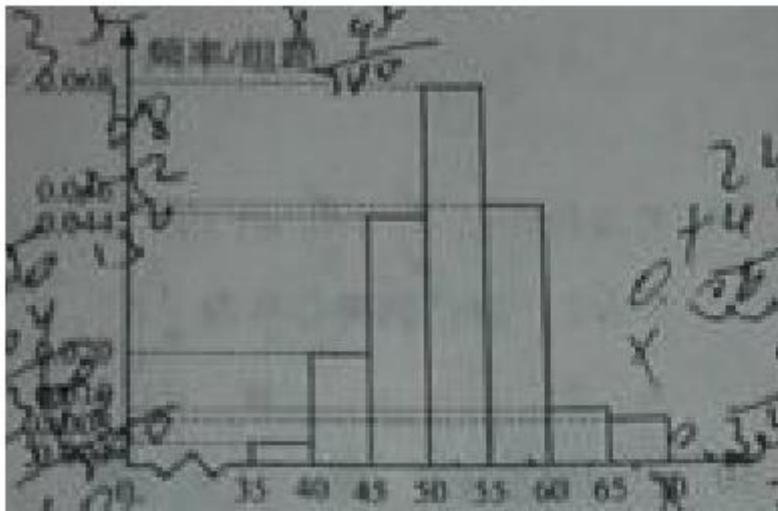
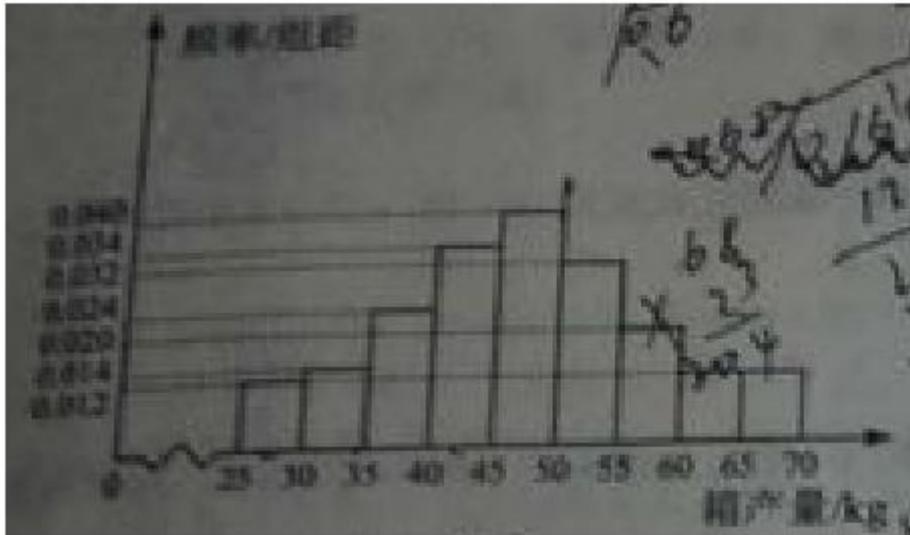
$\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，已知  $\sin(A+C) = 8 \sin^2 \frac{B}{2}$ .

(1) 求  $\cos B$

(2) 若  $a+c=6$ ， $\triangle ABC$  面积为 2, 求  $b$ .

18. (12分)

淡水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比，收获时各随机抽取 100 个网箱，测量各箱水产品的产量（单位：kg）某频率直方图如下：



- (1) 设两种养殖方法的箱产量相互独立，记 A 表示事件：旧养殖法的箱产量低于 50kg，新养殖法的箱产量不低于 50kg，估计 A 的概率；

- (2) 填写下面列联表，并根据列联表判断是否有 99% 的把握认为箱产量与养殖方法有关：

	箱产量 < 50 kg	箱产量 ≥ 50 kg
旧养殖法		
新养殖法		

- (3) 根据箱产量的频率分布直方图，求新养殖法箱产量的中位数的估计值（精确到 0.01）

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

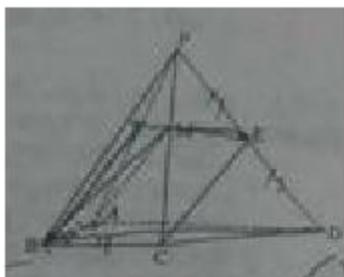
$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

19. (12分)

如图，四棱锥 P-ABCD 中，侧面 PAD 为等比三角形且垂直于底面三角形 BCD，

$AB = BC = \frac{1}{2}AD$ ,  $\angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$ , E 是 PD 的中点

- (1) 证明：学科网直线  $CE \parallel$  平面 PAB
- (2) 点 M 在棱 PC 上，且直线 BM 与底面 ABCD 所成锐角为  $45^\circ$ ，求二面角 M-AB-D 的余弦值



20. (12分)

设  $O$  为坐标原点，动点  $M$  在椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  上，过  $M$  做  $x$  轴的垂线，垂足为  $N$ ，点  $P$

满足  $\overline{NP} = \sqrt{2} \overline{NM}$ .

(1) 求点  $P$  的轨迹方程；

(2) 设点  $Q$  在直线  $x=-3$  上，且  $\overline{OP} \cdot \overline{PQ} = 1$ . 证明：过点  $P$  且垂直于  $OQ$  的直线  $l$  过  $C$  的左焦点  $F$ .

21. (12分)

已知函数  $f(x) = ax^3 - ax - x \ln x$ , 且  $f(x) \geq 0$ .

(1) 求  $a$ ;

(2) 证明:  $f(x)$  存在唯一的极大值点  $x_0$ , 且  $e^{-2} < f(x_0) < 2^{-3}$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xoy$  中, 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_1$  的

极坐标方程为  $\rho \cos \theta = 4$ .

(1) M 为曲线  $C_1$  上的动点，点 P 在线段 OM 上，且满足  $OM \cdot OP = 16$ ，求点 P 的轨迹  $C_2$  的直角坐标方程；

(2) 设点 A 的极坐标为  $(2, \frac{\pi}{3})$ ，点 B 在曲线  $C_2$  上，求  $\triangle OAB$  面积的最大值.

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知  $a > 0, b > 0, a^3 + b^3 = 2$ ，证明：

(1)  $(a+b)(a^5 + b^5) \geq 4$ ；

(2)  $a + b \leq 2$ .

