

2017 年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学 I

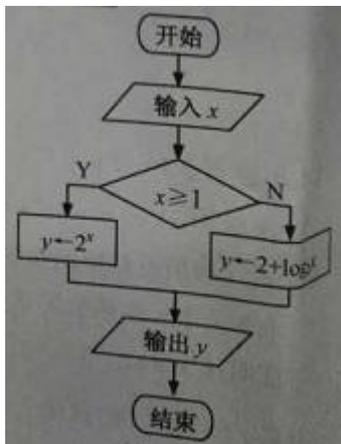
注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共 4 页，包含非选择题（第 1 题 ~ 第 20 题，共 20 题）。本卷满分为 160 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需改动，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗

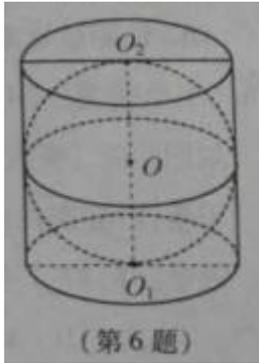
一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分，请把答案填写在答题卡相应位置上

1. 已知集合 $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{a, a^2 + 3\}$ ，若 $A \cap B = \{1\}$ 则实数 a 的值为_____
2. 已知复数 $z = (1+i)(1+2i)$ ，其中 i 是虚数单位，则 z 的模是_____
3. 某工厂生产甲、乙、丙、丁四种不同型号的产品，产量分别为 200,400,300,100 件，为检验产品的质量，现用分层抽样的方法从以上所有的产品中抽取 60 件进行检验，则应从丙种型号的产品中抽取_____ 件
4. 右图是一个算法流程图，若输入 x 的值为 $\frac{1}{16}$ ，则输出的 y 的值是_____



5. 若 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{6}$, 则 $\tan \alpha =$ _____

6. 如图，在圆柱 O_1O_2 内有一个球 O ，该球与圆柱的上、下面及母线均相切。记圆柱 O_1O_2 的体积为 V_1 ，球 O 的体积为 V_2 ，则 $\frac{V_1}{V_2}$ 的值是 _____



7. 记函数 $f(x) = \sqrt{6+x-x^2}$ 的定义域为 D 。在区间 $[-4,5]$ 上随机取一个数 x ，则 $x \in D$ 的概率是 _____

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的右准线与它的两条渐近线分别交于点 P, Q ，其焦点是 F_1, F_2 ，则四边形 F_1PF_2Q 的面积是 _____

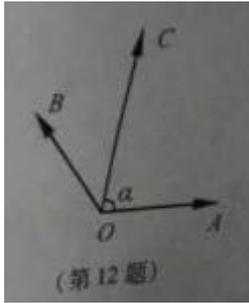
9. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为实数，其前 n 项的和为 S_n ，已知 $S_3 = \frac{7}{4}$ ， $S_6 = \frac{63}{4}$ ，则 $a_8 =$ _____

10. 某公司一年购买某种货物 600 吨，每次购买 x 吨，运费为 6 万元/次，一年的总存储费用为 $4x$ 万元，要使一年的总运费与总存储之和最小，则 x 的值是 _____

11. 已知函数 $f(x) = x^3 - 2x + e^x - \frac{1}{e^x}$ ，其中 e 是自然对数的底数，若

$f(a-1) + f(2a^2) \leq 0$ ，则实数 a 的取值范围是 _____。

12. 如图，在同一个平面内，向量 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ 的模分别为 $1, 1, \sqrt{2}$ ， \vec{OA} 与 \vec{OC} 的夹角为 α ，且 $\tan \alpha = 7$ ， \vec{OB} 与 \vec{OC} 的夹角为 45° 。若 $\vec{OC} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$ ($m, n \in \mathbb{R}$)，则 $m+n =$ _____



13. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-12, 0)$, $B(0, 6)$, 点 P 在圆 $O: x^2+y^2=50$ 上, 若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} \leq 20$, 则点 P 的横坐标的取值范围是_____.

14. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 且周期为 1 的函数, 在区间 $[0, 1)$ 上, $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in D \\ x, & x \notin D \end{cases}$ 其中集合

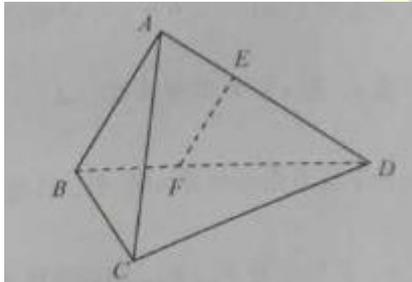
$D = \left\{ x \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}^+ \right\}$, 则方程 $f(x) - \lg x = 0$ 的解的个数是_____.

15. (本小题满分 14 分)

如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp AD$, $BC \perp BD$, 平面 $ABD \perp$ 平面 BCD , 点 E, F (E 与 A, D 不重合) 分别在棱 AD, BD 上, 且 $EF \perp AD$.

求证: (1) $EF \parallel$ 平面 ABC ;

(2) $AD \perp AC$



16. (本小题满分 14 分)

已知向量 $\mathbf{a} = (\cos x, \sin x)$, $\mathbf{b} = (3, \sqrt{3})$, $x \in [0, \pi]$.

(1) 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 求 x 的值;

(2) 记 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, 求 $f(x)$ 的最大值和最小值以及对应的 x 的值

17. (本小题满分 14 分)

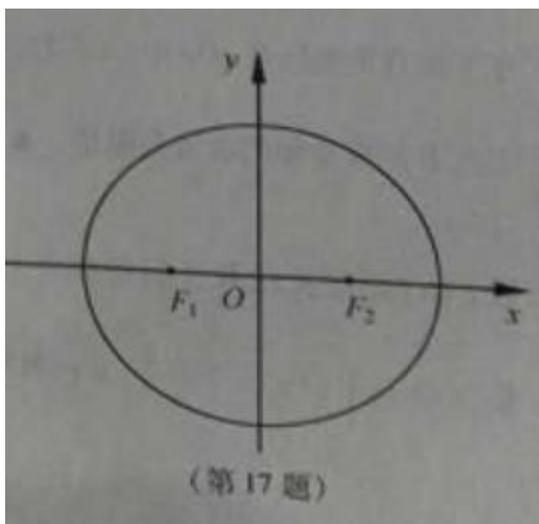
如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为

F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{1}{2}$, 两准线之间的距离为 8. 点 P 在椭圆 E 上, 且位于第一象限, 过点 F_1

作直线 PF_1 的垂线 l_1 , 过点 F_2 作直线 PF_2 的垂线 l_2 .

(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 若直线 l_1, l_2 的交点 Q 在椭圆 E 上, 求点 P 的坐标.

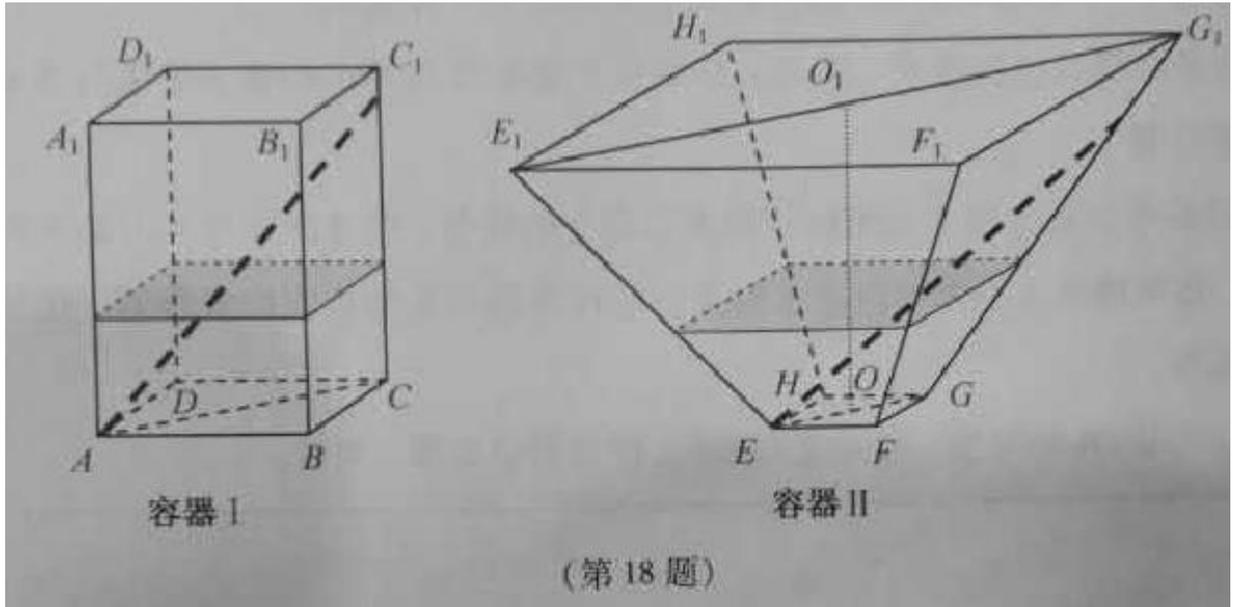


18. (本小题满分 16 分)

如图, 水平放置的正四棱柱形玻璃容器 I 和正四棱台形玻璃容器 II 的高均为 32cm, 容器 I 的底面对角线 AC 的长为 $10\sqrt{7}$ cm, 容器 II 的两底面对角线 EG, E_1G_1 的长分别为 14cm 和 62cm. 分别在容器 I 和容器 II 中注入水, 水深均为 12cm. 现有一根玻璃棒 l, 其长度为 40cm. (容器厚度、玻璃棒粗细均忽略不计)

(1) 将 l 放在容器 I 中, l 的一端置于点 A 处, 另一端置于侧棱 CC_1 上, 求 l 没入水中部分的长度;

(2) 将 l 放在容器 II 中, l 的一端置于点 E 处, 另一端置于侧棱 GG_1 上, 求 l 没入水中部分的长度.



19. (本小题满分 16 分)

对于给定的正整数 k , 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n-k} + a_{n-k+1} + \dots + a_{n-1} + a_{n+1} + \dots + a_{n+k-1} + a_{n+k} = 2ka_n$ 对任意正整数 $n(n > k)$ 总成立, 则称数列 $\{a_n\}$ 是“ $P(k)$ 数列”.

(1) 证明: 等差数列 $\{a_n\}$ 是“ $P(3)$ 数列”;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 既是“ $P(2)$ 数列”, 又是“ $P(3)$ 数列”, 证明: $\{a_n\}$ 是等差数列.

20. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ ($a > 0, b \in \mathbb{R}$) 有极值, 且导函数 $f'(x)$ 的极值点是 $f(x)$ 的零点。(极值点是指函数取极值时对应的自变量的值)

(1) 求 b 关于 a 的函数关系式, 并写出定义域;

(2) 证明: $b^2 > 3a$;

(3) 若 $f(x), f'(x)$ 这两个函数的所有极值之和不小于 $-\frac{7}{2}$, 求 a 的取值范围.

2017 年普通高等学校招生全国统一考试 (江苏卷)

数学 II (附加题)

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

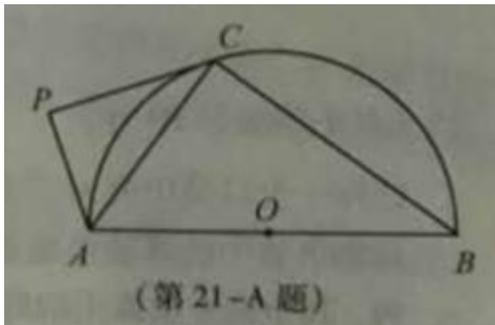
咨询热线: 400-6171-311

1. 本试卷共 2 页，均为非选择题（第 21 题 ~ 第 23 题）。本卷满分为 40 分，考试时间为 30 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需改动，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗

21. 【选做题】本题包括 A、B、C、D 四小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答。若多做，则按作答的前两小题评分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

A. 【选修 4-1：几何证明选讲】（本小题满分 10 分）

如图， AB 为半圆 O 的直径，直线 PC 切半圆 O 于点 C ， $AP \perp PC$ ， P 为垂足。



求证：(1) $\angle PAC = \angle CAB$;

(2) $AC^2 = AP \cdot AB$ 。

B. [选修 4-2：矩阵与变换]（本小题满分 10 分）

已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 。

(1) 求 AB ;

若曲线 $C_1: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 在矩阵 AB 对应的变换作用下得到另一曲线 C_2 ，求 C_2 的方程。

C. [选修 4-4：坐标系与参数方程]（本小题满分 10 分）

在平面坐标系中 xOy 中，已知直线 l 的参考方程为 $\begin{cases} x = -8 + t \\ y = \frac{t}{2} \end{cases}$ (t 为参数)，曲线 C 的参

数方程为 $\begin{cases} x = 2s^2, \\ y = 2\sqrt{2}s \end{cases}$ (s 为参数)。设 p 为曲线 C 上的动点，求点 P 到直线 l 的距离的最小

值

D. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分)

已知 a, b, c, d 为实数，且 $a^2 + b^2 = 4, c^2 + d^2 = 16$ ，证明 $ac + bd \leq 8$ 。

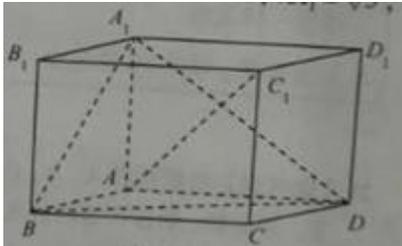
$$\begin{cases} x = 2s^2, \\ y = 2\sqrt{2}s \end{cases}$$

22. (本小题满分 10 分)

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $AB=AD=2, AA_1=\sqrt{3}$ ， $\angle BAD=120^\circ$ 。

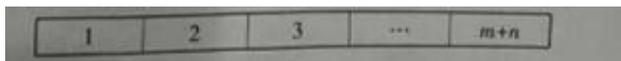
(1) 求异面直线 A_1B 与 AC_1 所成角的余弦值；

(2) 求二面角 $B-A_1D-A$ 的正弦值。



23. (本小题满分 10)

已知一个口袋有 m 个白球， n 个黑球 ($m, n \in \mathbb{N}^2, n \geq 2$)，这些球除颜色外全部相同。现将口袋中的球随机的逐个取出，并放入如图所示的编号为 $1, 2, 3, \dots, m+n$ 的抽屉内，其中第 k 次取球放入编号为 k 的抽屉 ($k=1, 2, 3, \dots, m+n$)。



(1) 试求编号为 2 的抽屉内放的是黑球的概率 p ；

(2) 随机变量 x 表示最后一个取出的黑球所在抽屉编号的倒数， $E(x)$ 是 x 的数学期望，证明

$$E(X) < \frac{n}{(m+n)(n-1)}$$